

Matemática Aplicada





eLibro

Basado en el curso de:
Ingeniero Rigoberto Rodríguez

“Matemática Aplicada”
Curso financiado y adaptado para eLibro por:
Asociación Rafael Ayau (ARA)
ISBN: 978-9929-687-22-6

© ARA, 2015
Guatemala, Centroamérica.
informacion@uomac.net

Este eLibro puede ser reproducido citando a la fuente.



Índice del Curso

Biografía del Autor	iv
Introducción del Curso	vi
Objetivos del Curso	viii
I. Esquema de los números	10
II. Potenciación	28
III. Notación científica	34
IV. Factores de conversión	39
V. Álgebra	46
VI. Aplicaciones: Laboratorios	64
Evaluación Corta de Aprendizaje (ECA)	77
Bibliografía Sugerida	78
Webliografía	81

Biografía del Autor



**Ingeniero
Rigoberto Rodríguez**

Ingeniero Civil y Estudios de Estructuras en la Universidad Mariano Gálvez de Guatemala con diplomado en Orientación Pedagógica de la Universidad Panamericana de México.

Catedrático de los cursos de Física, Instalación y Equipo de la Universidad del Istmo; y de Construcciones de la Universidad del Valle de Guatemala.

Actualmente es catedrático titular de los cursos de Física Médica, Ciencias Exactas y Bioestadística de la carrera de Medicina, en la Facultad de Ciencias Médicas de la Salud, y de la carrera de Ingeniería Civil, Mecánica, Eléctrica, de la Facultad de Ingeniería, Ciencias Físicas y Matemática de la Universidad Mariano Gálvez.

Docente en los campos de estructuras, tipología estructural, mecánica y estática de cuerpos rígidos, análisis estructural y concreto. En las áreas de física conceptual, desarrollo de temas como física cuántica; y en matemática, incursión en temas desde geometría analítica, derivadas e integrales simples, dobles y triples.

Introducción del Curso



En la antigüedad, a la Filosofía se le llamaba la madre de las ciencias. Con el tiempo y a través de situaciones cambiantes, se derivaron varias ciencias, entre ellas la Matemática.

Se ha demostrado que la matemática interviene en muchos aspectos de la vida, en especial en el medio ambiente, creando modelos que ayudan a interpretar los diversos fenómenos que en él ocurren.

El aspecto ecológico no está exento de ser alcanzado por el análisis de modelos matemáticos, que a través de los cuales se proyectan a la ejecución de proyectos de todo tipo, en especial de obras civiles.

Un ejemplo podemos verlo en el diseño y construcción de puentes, donde es necesario el estudio del impacto ambiental, el análisis de cuencas y la dotación media de consumo que conlleva a la comunicación posterior entre poblaciones.

Por medio de modelos matemáticos y algoritmos se logra establecer un análisis del balance ecológico de nuestro planeta en los campos de su flora y fauna.

Cabe mencionar que el estudio del medio ambiente y la importancia del impacto ambiental es indispensable para mantener el equilibrio en el entorno que nos rodea.

Lo justo es pensar que la matemática representa uno de los mejores instrumentos con los que contamos en el esfuerzo por comprender la naturaleza.

La matemática enseña al hombre la sencillez de la grandeza y la belleza de lo infinito. Estudia las leyes que rigen los movimientos y las fuerzas que existen entre los cuerpos celestes y terrestres, las cadenas y las reacciones químicas naturales y no naturales, así como la ciencia y el arte en la matemática.

La matemática nos ayuda a efectuar la suma, el producto y la interpretación gráfica de las acciones y reacciones ambientales frente a toda antropogénica función.

Por tanto, se considera a la matemática como una herramienta que permite interpretar los fenómenos del medio ambiente, sus causas y efectos.

Las actividades de enseñanza/aprendizaje diseñadas en este curso permitirán al alumno desarrollar, además, diferentes capacidades como análisis de problemas y síntesis de información, expresión escrita y comunicación oral, diseño de procedimientos y resolución de problemas. Su ponderación dentro del pensum de la carrera es de 5 créditos.



Objetivos del Curso



Objetivo General

- Que el estudiante aprenda y domine los conceptos fundamentales de los números, su jerarquía, el enfoque de la geometría analítica, y el análisis matemático, partiendo del enfoque más sencillo hasta el más complejo.

Objetivos específicos

- Aplicar las técnicas matemáticas para la solución de modelos matemáticos aplicados al medio ambiente.
- Tomar conciencia, a través del análisis, de la necesidad del uso de herramientas matemáticas para la aplicación de modelos de solución a diversos problemas y corregirlos a través del análisis de la lógica en la matemática.

- Diferenciar entre métodos de un paso y multipaso y saber cuándo aplicar cada uno.
- Conocer los métodos de solución de ecuaciones y sistemas de ecuaciones.
- Dominar el lenguaje matemático aplicando los diversos métodos del análisis algebraico, aplicados en el caso de problemas concretos relacionados con el medio ambiente.

CAPÍTULO I

Esquema de los números

El capítulo I se inicia con el esquema de los números reales que en su jerarquía tiene el nivel más bajo, el de los números naturales.

Se hace una breve introducción general a cada componente del esquema jerárquico iniciando con los números reales, siguiendo con los números racionales y luego con los irracionales.

El desarrollo del capítulo I empieza por los números enteros que corresponden a la escala más baja, pues se trata de iniciar de lo más simple, que son los números enteros, a lo más complejo, que son los números reales.

En cuanto a los enteros, se ubican dentro del subnivel de las fracciones racionales, para luego considerar dentro los subniveles de los enteros a los números positivos o números naturales, el cero y los números negativos.

Siguiendo el recorrido, encontramos por debajo de los enteros a los enteros decimales, que a su vez constan de decimales positivos y negativos.

Los enteros decimales se representan por una parte entera y una decimal separados por un punto. La parte entera puede constar de más de una cifra y la parte decimal con más de una cifra decimal.

Cuando el decimal entero tiene muchas cifras, se estima conveniente utilizar la notación científica, considerada muy elegante su representación simbólica, pues consta de una parte entera multiplicada por la potencia de base diez.

Subiendo de nivel, encontramos a las fracciones exactas e inexactas.

Las fracciones exactas son enteros con decimales o simplemente enteros con numerador y denominador uno. En el caso que el denominador no sea la unidad (uno) y fuese cero, el resultado sería el infinito. Es posible también que el numerador sea cero y el denominador distinto de cero por lo que el resultado de la fracción es cero.

En el caso que el denominador no sea ni cero ni uno, el resultado de dividir el numerador con el denominador, es una fracción decimal que termina es decir, su residuo es cero, como por ejemplo $5/2$, $2/5$, etc.

Al mismo nivel de las fracciones exactas, están las fracciones inexactas periódicas que a su vez

contienen a las periódicas puras y periódicas mixtas.

El gran conjunto de las fracciones forman parte del nivel de los números racionales que a su vez comparte el mismo nivel, pero separados, con los números irracionales.

Los números irracionales será un tema que este capítulo no profundizará, pues no es parte central del curso. Lo único que se dirá de ellos es la diferencia con los números racionales y la letra que los distingue.

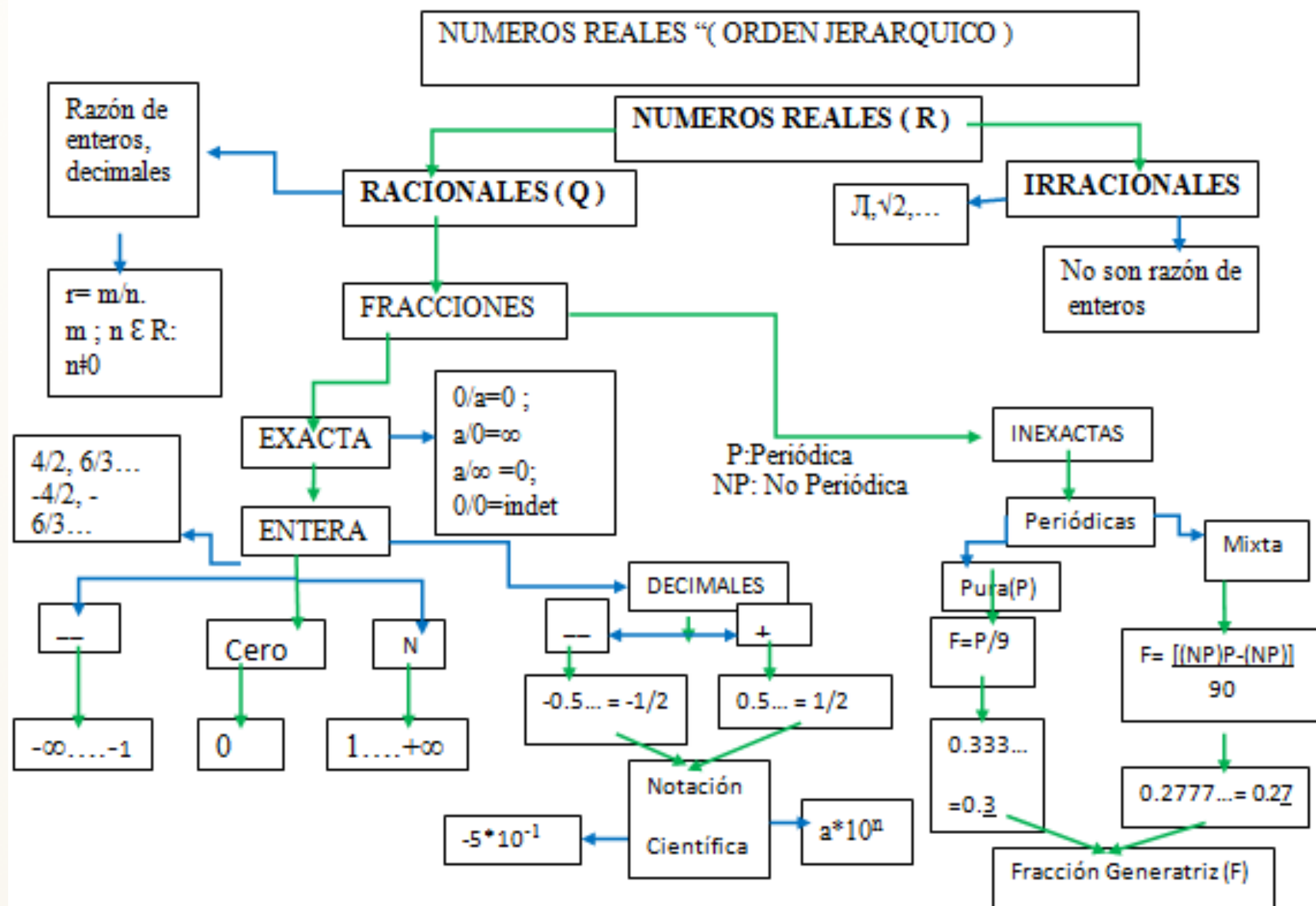
Esquema jerárquico

A lo largo del estudio de la matemática se han clasificado a los números de acuerdo a su grado de complejidad, partiendo de los números enteros.

Los números enteros representan la escala más baja y son los que contienen a los enteros positivos, enteros negativos y el cero. En la escala más alta de la jerarquía se encuentran los números reales, representados por la letra **R**.



Orden y jerarquía.



Escala jerárquica de los números.

Números reales

Un número real es el número que contiene a todos los números desde el infinito negativo al infinito positivo. El conjunto de los números reales está representado por la letra mayúscula “R”. Los números reales contienen a su vez a los números racionales e irracionales.

Importante

Los números racionales

Los números racionales se representan por la letra “Q”. El conjunto Q es denso en R, pues al situarlo sobre la recta numérica la ocupan densamente, es decir, existen infinitos números entre un número y otro de la recta numérica.

Por ejemplo, entre el 1 y el 2; existen infinitos números racionales, entre el 2 y el 3 también existen infinitos números y así, sucesivamente. En forma similar sucede con los siguientes números

consecutivos después de -3 y +3; hasta el ilimitado infinito - positivo y negativo - de los números.

Los números racionales, se caracterizan porque pueden expresarse como un subconjunto de los números reales. Si los números racionales se expresan en forma de fracción decimal, esta fracción decimal puede ser una fracción exacta (finita o con residuo cero) o una fracción periódica (pura o mixta).

No obstante, en la recta numérica hay infinitos puntos - **no ocupados** - por **números racionales**. A cada uno de estos puntos, que no pertenecen a los números racionales, le corresponde un **número irracional (Q')**.

Importante

Los enteros

Están en el subnivel de las **FRACCIONES RACIONALES**, compartiendo jerarquía con los

decimales y, en el nivel más bajo se encuentran los **NATURALES**, el **CERO**, **LOS NEGATIVOS** y la **NOTACIÓN CIENTÍFICA**.

Entero o decimal exacto

Es el resultado de la división entre el numerador y denominador donde el residuo es cero.



Ejemplo:

El número entero **2** puede provenir de la fracción **$4/2$** ; la fracción decimal **3.5** puede provenir de la fracción común **$7/2$** y así; en forma sucesiva con el resto de las fracciones exactas.

También un número entero es aquel que por carecer de denominador aparente, se le asigna la unidad, a su denominador.

Ejemplo:

Consideremos el número **9**, su representación verdadera como fracción entera exacta debe ser **$9/1$** ; el número **85** su representación como fracción entera exacta es **$85/1$** ; y así, en forma sucesiva con el resto de las fracciones exactas.

La fracción decimal periódica

Puede expresarse en forma de fracción decimal que no es exacta y, de este modo, se calcula dividiendo cada numerador entre las partes que tenga su denominador. El denominador representa el número total de esas partes, como lo indica su numerador.



Ejemplo:

Para el caso de fracciones decimales positivas consideremos, la fracción **$5/6$** donde el numerador es **5** y su denominador es **6**, significa que se tomaron cinco unidades de las seis unidades que corresponden a su denominador correspondiente (que es la unidad total); la fracción **$7/8$** donde el numerador es **7** y su denominador es **8**, significa que se tomaron siete unidades de las ocho unidades que corresponden a su denominador correspondiente (que es la unidad total).

Si consideramos las fracciones decimales anteriores, negativas, el signo negativo, indica que está a la izquierda de cero, en la recta numérica.

Es decir $-5/6$, $-7/8$ están a la izquierda de cero en la recta numérica.

Las fracciones inexactas contienen a las fracciones periódicas puras y periódicas mixta.

Fracción Periódica Pura

Se considera un subconjunto de las fracciones periódicas. Estas se distinguen en que la parte periódica comienza en las décimas, es decir inmediatamente después del punto decimal.



Ejemplo:

Consideremos la fracción $1/3$. Esta fracción al dividir su numerador uno con su denominador tres, el resultado es una fracción periódica cuyo resultado es $0.3333333...$. Este resultado se puede abreviar de diferentes maneras, como por ejemplo: $0.\underline{333}$; $0.\underline{33}$; $0.\underline{3}$; lo que significa que en 0.333 el periodo consta de tres cifras (333), el valor 0.33 significa que el período consta de dos cifras (33), y 0.3 , que el período consta de una cifra (3).

Una característica de las fracciones periódicas puras es que pueden expresarse como fracción, escribiendo como numerador la cifra periódica y como denominador, tantos nueves como cifras tenga la parte periódica.

Ejemplo:

$$0.\underline{333} = 333/999 = 1/3$$

$$0.\underline{33} = 33/99 = 1/3$$

$$0.\underline{3} = 3/9 = 1/3$$

En el ejemplo anterior vemos que no importa el número de cifras que utilicemos en una fracción periódica pura, el resultado - para este caso - siempre es la fracción original, es decir $1/3$. Para otros casos, se cumple siempre que se trate de una fracción periódica pura.

También vemos que las cifras periódicas 333; 33; 3; se repiten inmediatamente después del punto (.) decimal, es decir después de las décimas.

Fracción Periódica Mixta

Se considera un subconjunto de las fracciones periódicas.

Las fracciones periódicas mixtas se distinguen de las fracciones periódicas puras, en que las periódicas puras su período debe comenzar en las décimas, pero nunca en las centésimas, milésimas, etc. En cambio, para las fracciones periódicas mixtas, no existe período, y la parte periódica debe comenzar inmediatamente después de la parte no periódica, o sea desde las centésimas, milésimas, pero de ninguna manera deben comenzar desde las décimas, si sucediera que comienza en las décimas, entonces se convertiría en fracción periódica pura.

Concluyendo, en una fracción periódica mixta, después del punto decimal, se inicia la parte no periódica, seguida de forma inmediata, la parte periódica. La parte no periódica puede constar de más de una cifra decimal y de manera similar la parte periódica.



La diferencia de la parte no periódica con la parte periódica es que, en la parte no periódica no existe repetición de cifras o período.

Ejemplo:

Consideremos la fracción $25/90$. Esta fracción al dividir su numerador veinticinco con su denominador noventa, el resultado es una fracción periódica mixta cuyo resultado es $0.27777777...$ Este resultado se puede abreviar de diferentes maneras, como por ejemplo: $0.2\overline{777}$; $0.2\overline{77}$; $0.2\overline{7}$; lo que significa que en 0.2777 ; la parte no periódica consta de una cifra (2) y que el período consta de tres cifras (777), el valor $0.2\overline{77}$ significa que la parte no periódica sigue constando de una cifra (2) y que el período consta de dos cifras y $0.2\overline{7}$ significa que la parte no periódica consta de una cifra (2) y que el período consta de una cifra.

Una característica de las fracciones periódicas mixtas es que pueden expresarse como fracción, escribiendo como numerador la cifra no periódica seguida de la cifra periódica, a esta cantidad se le resta la parte no periódica y como denominador,

se escriben tantos nueves como cifras tenga la parte periódica, y tantos ceros como cifras tenga la parte no periódica.

Ejemplo:

$$0.\underline{2777} = (2777-2)/9990 = 2775/9990 = 925 / 3330 \\ = 185 / 666 = 0.2777...$$

$$0.\underline{277} = (277-2)/990 = 275/990 = 55 / 198 = \\ 0.2777...$$

$$0.\underline{27} = (27-2)/90 = 25/90 = 5 / 18 = 0.2777...$$

En el ejemplo anterior vemos que no importa el número de cifras que utilicemos en una fracción periódica mixta, el resultado siempre es la fracción decimal original, es decir 0.2777...

También vemos que las cifras periódicas 777; 77; 7; se repiten inmediatamente después de la parte no periódica, es decir, después del punto (.) decimal, el período comienza en las centésimas, muy diferente a lo que sucede en la fracción periódica pura, donde el período comienza en las décimas.

Los números irracionales

Como se dijo al principio del capítulo, los números irracionales no son el enfoque central de este curso, por lo tanto sólo se mencionará que están en el mismo subnivel de los números racionales y que forma parte de los números reales.

Se caracterizan en que no pueden expresarse como fracción periódica, ni pura ni mixta, y coinciden - los números irracionales - únicamente con los números racionales en que son números infinitos (que no terminan o no se conoce el valor de su última cifra significativa).



Se puede decir que el conjunto de los números irracionales se representan con la letra mayúscula **Q'**, a diferencia de los números racionales que se representan con la letra mayúscula **Q**. Los números racionales e irracionales son subconjunto de los números reales.

Números enteros, decimales y fracciones

Los números enteros, decimales y fracciones pertenecen a los números racionales, y estos a su vez a los números reales.

Enteros

Son una expresión numérica que tiene por denominador la unidad, y como numerador, una expresión numérica que no está representada como una fracción decimal.

Importante

Decimales

Son expresiones numéricas que constan de una parte decimal, separadas por un punto o coma de la parte entera. Para algunos, el punto decimal que separa los enteros de los **decimales**, lo representan por comas. Nosotros lo utilizaremos como **punto decimal** y las **comas** representarán los **millares**. En los decimales, el punto decimal es la frontera entre la parte entera y la parte decimal.

Importante

Parte entera

Se considera a la parte entera, como la expresión numérica que tiene un número o varios números enteros, incluyendo algunas veces al cero. Sus cifras se leen en unidades, decenas, centenas, millares, etc., y cuando entran al campo de los millares o más allá de ellos, se leen como unidad de millar llegando al millón o más y se separan por medio de comas.

La parte entera, cuando son números muy grandes se separan en millares identificando su separación por medio de comas, por lo que no se debe confundir con el punto (.) decimal que separa las cifras de la parte decimal.

Importante

Parte decimal

Se considera aquella expresión numérica que siempre es menor que la unidad, y sus cifras se separan, de la parte entera, por medio de un punto (.) decimal.

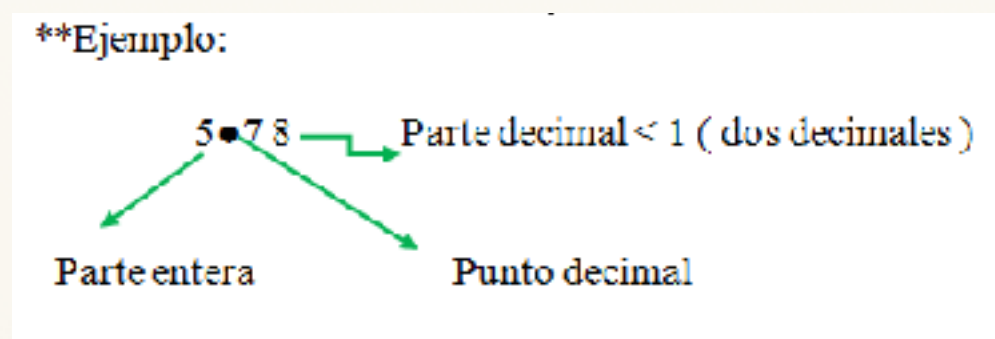
Importante

La parte decimal, consta de décimas, centésimas, milésimas y más. Se llama décima a la cifra que aparece inmediatamente después del punto decimal, la centésima después de las décimas, la milésima después de las centésimas, y así sucesivamente.

El siguiente esquema muestra gráficamente la identificación tanto de la parte entera, como el punto decimal y la parte decimal.

Se puede ver que la parte entera es el número cinco (5), que para otros casos puede ser cero. Después del punto (.) decimal, se observa que la parte decimal es integrada por las cifras siete (7) y ocho (8).

Al número siete (7) se le posiciona en las décimas y al número ocho (8) se le posiciona en las centésimas.



Fracciones

Se define como fracción, a la representación numérica que consta de numerador y denominador, donde el numerador indica el número de partes que se han elegido del denominador. El denominador representa el todo o la unidad completa, y el numerador, el número de partes totales en que se ha “fraccionado” la unidad total.



Las fracciones son expresiones numéricas que poseen un denominador, valuado desde menos infinito ($-\infty$) a más infinito ($+\infty$). Si el denominador de la fracción es cero y su numerador es cualquier número real distinto de cero, el valor de la fracción se considera infinito.

Si se identifica a N - en la figura siguiente - como el conjunto de los números enteros que corresponden al numerador, con valores distintos de cero, y su denominador igual a cero, se tiene que el resultado corresponde a menos infinito y a más infinito.

En el caso de $-2/0$, en donde el numerador es negativo, el valor de la fracción es menos infinito, y mientras que sería más infinito en el caso en el que el numerador es positivo: *Ejemplo*: $4/0$.

*Si el denominador fuera cero, la fracción resultante es indefinida:

Numerador ($N \neq 0$): $(-\infty, +\infty)$

+Ejemplo: $-2/0 = -\infty$; $4/0 = \infty$ $\longrightarrow$ Indefinido

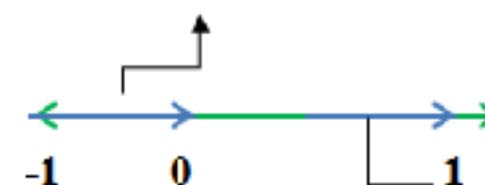
Denominador Cero: $D = 0$

Numerador acercando a Cero: $N = 0$

+Ejemplo: $0/0$ - Indeterminado

Denominador alejándose de Cero: $D = 0$

Numerador acercando a Cero: $N = 0$ ($\longrightarrow$)



Denominador alejándose de Cero: $D = 0$ ($\longrightarrow$)

Tipos de fracciones

Por su cociente, existen diferentes tipos de fracciones: exactas e inexactas. Algunas tienen características especiales por el tipo de numerador y denominador, como se manifiesta en los siguientes casos o formas de expresión.

Entre las formas de expresión de las fracciones especiales están las siguientes:

Nota importante

Si el numerador y denominador son ceros, la fracción se vuelve indeterminada, ya que mientras el numerador se acerca a cero, desde el valor 1, y el denominador se aleja de cero, cercano a 1, la fracción resultante se vuelve indeterminada. Esto sucede entre cualquier rango o intervalo de números.

- a) **$0/a = 0$ (cero).** El denominador “a”, es cualquier número real diferente de cero, que al dividirlo entre “a” el resultado es cero.

Ejemplo: $0/3 = 0$

- b) **$a/0 = \infty$ (infinito).** El numerador “a”, es cualquier número real diferente de cero, que al dividirlo por “0 (cero)” el resultado es infinito.

Ejemplo: $5/0 = \infty$

- c) **$a/\infty = 0$ (cero).** El numerador “a” es cualquier número real diferente de cero, que al dividirlo entre el “ ∞ ” el resultado es cero.

Ejemplo: $-12/\infty = 0.$

- d) **$0/0 = \text{Indeterminado}$.** El numerador y el denominador “son ceros”, y al dividirlos entre sí, el resultado es indeterminado.

Ejemplo: $0/0 = \text{Indeterminado}.$

Fracciones exactas

Son las fracciones que al dividir el numerador dentro de su denominador, el resultado es un número exacto (su residuo es cero). Este resultado exacto puede ser un número entero o una fracción decimal exacta.

Importante

Ejemplo:

$$12/3 = 4.$$

$$3/5 = 0.6$$

En los dos ejemplos anteriores, al dividir el numerador por el denominador, el resultado es un número entero o una fracción exacta. En el caso de $12/3$ el resultado es el número entero cuatro (4); y para la fracción $3/5$ el resultado es una fracción decimal exacta: seis décimas (0.6).

Fracciones inexactas

Son las fracciones que al dividir el numerador por su denominador, el resultado es un número inexacto (su residuo no es cero). Este resultado inexacto puede ser una fracción decimal periódica o fracción generatriz inexacta. Ya se ha mencionado este caso anteriormente.



Como fracción generatriz o fracción periódica tenemos a las fracciones periódicas puras y periódicas mixta. La diferencia se ilustrará más adelante indicando los elementos que intervienen.

Ejemplos:

$1/3 = 0.333$	Fracción periódica pura
$5/18 = 0.277777$	Fracción periódica mixta

En los dos ejemplos anteriores al dividir el numerador dentro el denominador, el resultado es una fracción inexacta. En el caso de $1/3$ el resultado es una fracción periódica pura ($0.333\dots$); y para la fracción $5/18$ el resultado es una fracción periódica mixta inexacta ($0.277777\dots$).

Fracción generatriz

A la fracción representada inicialmente con su numerador y denominador se le llama fracción generatriz y al ejecutar la operación, se le llama fracción periódica pura o fracción periódica mixta.



Fracción Periódica pura

El período comienza en las décimas. La siguiente es la fórmula de la Fracción generatriz:

$$F = \frac{P}{9}$$

Donde F, representa la fracción "F". La letra "P" es el numerador periódico y nueve (9) es el número que le corresponde a la parte periódica, y el número de nueves va a depender del número de cifras de la parte periódica.

Ejemplo:

Convertir a fracción generatriz, la siguiente fracción decimal periódica pura: 0.3333

Solución:

Reescribiendo la fracción decimal 0.3333....:

Periodo comienza en las décimas: Este periodo consta de cuatro cifras.

++ Si el periodo es de una cifra, al denominador le corresponde un 9:

$$0.\underline{3} = \underline{3} / \underline{9} = 1/3$$

Numerador: Período de una cifra
Denominador: le corresponde un 9
Elegir el periodo de una cifra (le corresponde un 9)

++ Si el periodo se elige de dos cifras, al denominador le corresponde dos 9:

$$0.\underline{33} = \underline{33} / \underline{99} = 11/33$$

Numerador: Período de dos cifras
Denominador: le corresponde dos 9
Elegir el periodo de dos cifras (le corresponde dos 9).

++ Si el periodo se elige de tres cifras, al denominador le corresponde tres 9:

$$0.\underline{333} = \underline{333} / \underline{999} = 111 / 333$$

Numerador: Período de tres cifras
Denominador: le corresponde tres 9
Elegir el periodo de tres cifras (le corresponde tres 9).

Fracción Periódica mixta

En este tipo de fracción, el período comienza en las centésimas y la fórmula generatriz correspondiente es:

$$F = \frac{(NP)P - (NP)}{90}$$

F representa la fracción “F”. Las letras “NP” son el numerador no periódico seguido de la parte “P” o parte periódica restado de la parte no periódica. Como denominador está el nueve (9), que es el número que le corresponde a la parte periódica y el cero (0), que corresponde a la parte no

periódica. El número de nueves y ceros, va a depender del número de cifras de la parte no periódica y de la parte periódica.

Ejemplo: Convertir en fracción generatriz, la siguiente fracción decimal: 0.23333

Solución:

Reescribiendo la fracción decimal 0.23333...:

Periodo comienza en las centésimas:

El período consta de cuatro cifras Periódicas (P) y una No Periódica (NP).

++ Si la parte periódica es de una cifra, al denominador le corresponde un 9 y

si la parte no periódica es de un dígito le corresponde un cero:

$$0.\underline{2}3 = \frac{(23 - 2)}{90} = \frac{21}{90}$$

Numerador: P de una cifra y NP de una **cifra**

Denominador: le corresponde un 9 un **0**

Elegir el período de una cifra (le corresponde 9 y **0** en el denominador).

++ Si la parte periódica es de dos cifras, al denominador le corresponde dos 9 y si la parte no periódica es de un dígito le corresponde un cero:

$$0.\underline{23}3 = \frac{(233 - 2)}{990} = \frac{223}{990}$$

Numerador: P de dos cifra y NP de una **cifra**

Denominador: le corresponde dos 9 y **0**

++ Si el periodo se elige de tres cifras, al denominador le corresponde tres 9 y si la parte no periódica es de un dígito le corresponde un cero:

$$0.\underline{233}3 = \frac{(2333 - 2)}{9990} = \frac{2331}{9990} = \frac{777}{3330}$$

Numerador: P de tres cifras y NP de una **cifra**

Denominador: le corresponde 999 y **0**

Elegir el período de dos cifras (le corresponde 999 y **0** en el denominador).

Orden de operaciones

Existen operaciones que utilizan signos de asociación o de agrupación, los cuales reciben el nombre de paréntesis ordinario, corchetes, llaves y vínculo o barra. Las operaciones ubicadas en la parte interior de los signos, indican que son operaciones que deben efectuarse primero, tanto manualmente como con calculadora:

- Paréntesis ordinario: ()
- Corchetes: []
- Llaves: { }
- Vínculo o barra: _____

Ejemplo:

$$\begin{aligned} [8*(8-6)^2 + 4] * \{(8*2-1):5\} &= [8*2^2 + 4]*\{(16-1):5\} \\ &= [8*4+4] * \{15:5\} \\ &= [32+4] * 3 \\ &= 36 * 3 = \mathbf{108} \end{aligned}$$



Ingresa a la plataforma para resolver los

Ejercicios del capítulo I

Esquema de los números

Si tienes alguna dificultad, no dudes en ponerte en contacto con UOMAC en:

secretario@uomac.net



Comprobación del capítulo I: Esquema de los números

Si eres estudiante inscrito, ingresa en la plataforma para resolver la

Comprobación del capítulo I

Si tienes alguna dificultad, no dudes en ponerte en contacto con UOMAC en:

secretario@uomac.net



CAPÍTULO II

Potenciación

El capítulo II se inicia con el concepto de potenciación, con la identificación de los elementos que la integran, tales como el exponente, la base y la potencia.

Se sigue con un recorrido en las leyes de potenciación: potencia con exponente cero, potencia con exponente negativo, producto de potencia de igual base, entre otras propiedades. Cada una de las propiedades va acompañadas de conceptos y ejemplos respectivos.

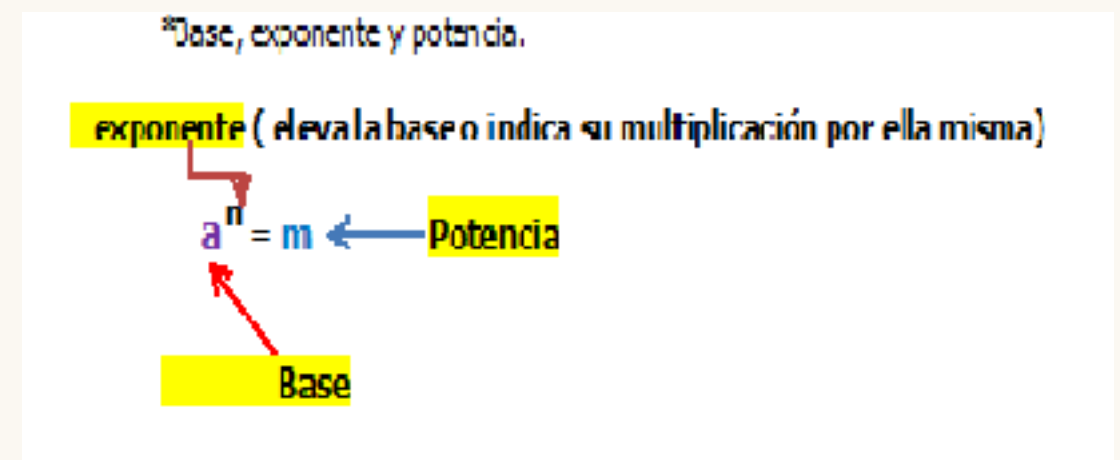
El uso de la potenciación, también se utiliza como herramienta en la evaluación numérica, donde se le asigna un valor numérico a las variables que intervienen en las operaciones con potencia.

Potenciación

Es el proceso por el cual se eleva (es repetir el número de veces que debe multiplicarse la base por ella misma) la **base**, a un **exponente** para obtener un número llamado **potencia**.

Elevar

Es la acción que indica el número de veces que se debe multiplicar la base de una potencia por ella misma.



Nota

Cuando se menciona, en algunas propiedades anteriores **“la forma algebraica”** - implica que se aplica la ley de signos. Es decir, en el producto o cociente de potencias de igual base, si son cantidades de signos iguales, el resultado es positivo y el producto o cociente de signos distintos será negativo.

Ejemplos:

$$a) \quad 2^5 / 2^3 = 2^5 * 2^{-3} = 2^2$$

$$b) \quad 5^3 / 5^{-4} = 5^3 - (-4) = 5^{3+4} = 5^7$$

- Potencia de una potencia: Para resolver la potencia de una potencia, se copia la base y se multiplican los exponentes (el producto implica multiplicar los signos y las cantidades de sus exponentes).

Ejemplos:

$$a) \quad (b^m)^n = b^{mn} : \text{ Se multiplica } m \text{ por } n$$

$$b) \quad (5^3)^4 = 5^{12} : \text{ Se multiplica } 3 \text{ por } 4.$$

- Raíz de una potencia: Se divide el exponente (m) entre el índice de la raíz (n).

Importante

$$a) \quad \sqrt[n]{X^m} = X^{\frac{m}{n}}$$

$$b) \quad \sqrt[3]{X^7} = X^{\frac{7}{3}}$$

Operaciones fundamentales de una potencia

Ejemplos:

$$\begin{aligned} (5/25)^{-3} * (1/5)^{-4} &= (5^{-3} / 25^{-3}) * (1^{-4} / 5^{-4}) \\ &= (25^3/5^3) * 5^4/1^4 \\ &= (25/5)^3 * 5^4 \\ &= 5^3 * 5^4 = \mathbf{5^7} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} [(a^{-2}/b^7)^{-3} * (a^4 / b^{-3})^2] &= [(a^{-2}/b^7)^{-3} * (a^4 / b^{-3})^2] \\ &= [(1/ a^2 b^7)^{-3} * (a^4 b^3)^2] \\ &= [(1^{-3}/ a^{-6} b^{-21}) * (a^8 b^6)] \\ &= [(a^6 b^{21}) * (a^8 b^6)] \\ &= a^{6*} a^8 * b^{21} * b^6 = \mathbf{a^{14}b^{27}} \end{aligned}$$

$t(3t+5)$; para $t=4$

$$\begin{aligned}\text{Solución: } &= 4 [3(4) + 5] \\ &= 4 [12 + 5] \\ &= 4 [17] = \mathbf{68}\end{aligned}$$



Ingresa a la plataforma para resolver los

Ejercicios del capítulo II

Potenciación

Si tienes alguna dificultad, no
dudes en ponerte en contacto
con UOMAC en:

secretario@uomac.net



Comprobación del capítulo II: Potenciación

Si eres estudiante inscrito, ingresa en la
plataforma para resolver la

Comprobación del capítulo II

Si tienes alguna dificultad, no dudes en
ponerte en contacto con UOMAC en:

secretario@uomac.net



CAPÍTULO III

Notación científica

El capítulo III se inicia con el concepto de notación científica, su representación canónica expresada como un producto de un número real por la potencia de base diez (10^n).

Se realizan ejemplos de notación científica, para valores reales de “a”, de dos enteros y dos decimales. Hay que notar que también, algunos ejemplos, se desarrollan para “a” con más o con menos dos enteros y dos decimales.

En este capítulo se resuelven problemas para dos casos: Convertir de Notación Científica (NC) a Notación Decimal Estándar (NDE) y de Notación Decimal Estándar (NDE) a Notación Científica (NC); y comparar las dos formas de conversión.

Notación científica

Este término se refiere a la representación de una expresión matemática, que consta de un número real “a” multiplicado con una potencia de base diez. En la Notación Científica, el valor “a” se asumirá con dos decimales y dos enteros. Esto es una característica particular para las operaciones en este curso.



La potencia de base diez va acompañada de un exponente “n”, que indica el número de veces que debe desplazarse el punto decimal. Si el punto decimal se desplaza o flota hacia la derecha se considera el exponente “n” negativo ($n < 0$) y la potencia de base diez se escribe: diez a la menos “n” (10^{-n}).

Si el punto decimal se desplaza o flota hacia la izquierda se considera el exponente “n” positivo ($n > 0$) y la potencia de base diez se escribe: diez a la más “n” (10^n).

La representación simbólica ($n < 0$) se lee “n es menor que cero o es negativo” y ($n > 0$), se lee “n es mayor que cero o es positivo”.

La base 10 es una representación típica de una notación científica y siempre será base 10.



Forma canónica de la notación científica

Es la representación abreviada de la notación científica, de la forma siguiente:

$$a \cdot 10^n$$

La parte real “a” consta por lo general de dos enteros y dos decimales; sin embargo, en los ejemplos siguientes se modificará este requisito con el objeto de que el estudiante observe que para el valor real de “a” pueden ser más las cifras de dígitos enteros y decimales.

a: es un número real. Tiene un máximo de dos dígitos enteros y dos decimales.

n: es el exponente de base 10. Define la cantidad de espacios que recorre el punto decimal - hacia la derecha o izquierda - de la parte entera, de acuerdo al siguiente criterio:

$n > 0$: el punto flota en dirección, derecha a izquierda; “n” es positivo.

$n < 0$: el punto flota en dirección, izquierda a derecha; “n” es negativo.

Se considera la Notación Decimal Estándar (NDE) cuando no se expresa el número como una representación canónica de la notación científica. Esta se expresa como número real simple.

Se considera la Notación Científica (NC) cuando se expresa el número como una representación canónica de la notación científica ($a \cdot 10^n$).

Primer Caso

Convertir de Notación Decimal Estándar (NDE) a Notación Científica (NC):

Expresión Real (Notación Decimal Estándar)**NC** $n < 0$:  se corre el punto decimal (3 espacios) $3.775.$   $n = -3$  $3745. * 10^{-3}$ $n > 0$:  se corre el punto decimal (4 espacios) $132.3140.$   $n = +4$  $32.3140 * 10^4$ **Segundo Caso**

Convertir de Notación Científica (NC) a Notación Decimal Estándar (NDE):

NC (Notación Científica)**Notación Decimal Estándar** $n > 0$:  $n = +3$ se corre el punto decimal (3 espacios) $3.745. * 10^{-3}$    3.745 $n < 0$:  se corre el punto decimal (4 espacios) $32.3140. * 10^4$   $n = -4$  $323140.$ **Ejemplos**

A. Escribir en Notación Científica (NC).

1) $460000000000 = 4.6 * 10^{11}$ (un entero y un decimal), $n = 11$ 2) $0.000000001235 = 12.35 * 10^{-10}$ (dos enteros y dos decimales), $n = -10$ 3) La masa de un átomo de hidrógeno es de $0.000000000000000000000000017$ gramos = $0.000000000000000000000000017$ gramos = $1.7 * 10^{-24}$ gramos, $n = -24$ 4) La distancia de la Tierra al Sol es de aproximadamente 150000000 km = 150000000 km = $1.5 * 10^8$ km (un entero y un decimal), $n = 8$

B. Convertir a Notación Estándar (NE):

1) $7.893 * 10^5 = 789300$ 2) $4.7 * 10^{-8} = 0.000000047$ 3) $5.67 * 10^{-5} = 0.0000567$



Ingresa a la plataforma para resolver los

Ejercicios del capítulo III

Notación científica

Si tienes alguna dificultad, no dudes en ponerte en contacto con UOMAC en:

secretario@uomac.net



Comprobación del capítulo III: Notación científica

Si eres estudiante inscrito, ingresa en la
plataforma para resolver la

Comprobación del capítulo III

Si tienes alguna dificultad, no dudes en
ponerte en contacto con UOMAC en:

secretario@uomac.net



CAPÍTULO IV

Factores de conversión

En este capítulo iniciamos con el concepto de factor de conversión y la transformación de algunas medidas.

Estudiaremos el sistema MKS (metro), el Sistema de Unidad Inglesa (pie) y CGS (centímetro), sus valores equivalentes y el significado de cada sigla. Hay una forma de comparar estos sistemas por lo que estudiaremos una tabla de sistemas de unidades llamada “cantidades fundamentales” y sus diferentes valores de longitud, masa, tiempo y fuerza.

Como fuente de investigación se presenta una tabla de prefijos, símbolos y factores equivalentes. Se proporcionan diferentes valores equivalentes en las magnitudes de longitud, tiempo, unidades cuadráticas, cúbicas, masa, fuerzas entre otros factores equivalentes.

Puede notarse una relación geométrica entre las fórmulas correspondientes al área de diferentes figuras como el círculo, triángulo, rectángulo y trapecio. Existe una gama de ejercicios de conversiones con el propósito de combinar los diferentes sistemas de conversión con otros ya existentes.

Factor de conversión

Es un valor que se utiliza para transformar una unidad de medida de un sistema de unidades a otro sistema de unidades equivalente.



Ejemplo:

Para convertir de metros a pies, sabemos que un metro es equivalente a 3.28 pies, entonces multiplicamos la cantidad de metros por 3.28 y el resultado será el número equivalente, en pies, a la cantidad de metros que se considere en el momento del cálculo. Es decir, hemos convertido del Sistema Internacional o MKS (los metros) a un Sistema de Unidad Inglesa (pie).

Los principales tipos de unidades existentes son los siguientes:

MKS: Metro Kilogramo Segundo. La unidad de medida es el METRO.

CGS: Centímetro Gramo Segundo. La unidad de medida es el CENTÍMETRO.

INGLÉS: Pie Slug (unidad de masa) Segundo. La unidad de medida es el PIE.

Cantidades fundamentales (Sistemas de unidades):

Sistema de unidades			
Magnitud	MKS	CGS	INGLÉS
Longitud	M	Cm	ft
Masa	Kg	Gr	Slug
Tiempo	Seg	Seg	Seg
Fuerza	N	Dyn	Lbf

Valores de factores de conversión

Son valores utilizados por diferentes sistemas equivalentes, que sirven para compararlos con la unidad de referencia. También se pueden utilizar prefijos como lo indica la tabla siguiente:



Prefijo	Símbolo	Factor Equivalente
Tera	T	10^{12}
Giga	G	10^9
Mega	M	10^6
Kilo	K	10^3
deci	d	10^{-1}
centi	c	10^{-2}
mili	m	10^{-3}
micro	μ	10^{-6}
nano	n	10^{-9}
pico	p	10^{-12}
femto	f	10^{-15}
atto	a	10^{-18}

A continuación se presentan diferentes valores numéricos de equivalencias entre varios sistemas y están clasificados por magnitudes de longitud, de tiempo, unidades cuadradas (de área), unidades cúbicas (de volumen), masa, fuerza y esfuerzo.

Equivalencias Generales:

1) Longitudes:

1 metro = 3.28 ft = 100 cm = 39.37 plgs

1 Ft = 12 plg = 30.48 cm

1 Plg = 2.54 cm

1 yarda = 3 ft = 0.914 m

1 m = 1.205 varas

1 Vara = 0.83 m

1 milla = $5.28 \cdot 10^3$ ft = $1.76 \cdot 10^3$ yardas

2) Tiempo:

1 año = $3.6525 \cdot 10^2$ días

1 día = $2.4 \cdot 10$ horas

1 hora = $6 \cdot 10$ minutos

1 año luz = 10^{16} metros

3) Unidades cuadradas: (Área o superficie)

1 m² = 1.4520 vr²

$$1 \text{ Vr}^2 = 0.689 \text{ m}^2$$

4) Unidades cúbicas: (Volumen)

$$1 \text{ gal} = 3.78 \text{ lts}$$

$$1 \text{ m}^3 = 264 \text{ galones}$$

$$1 \text{ lt} = 1000 \text{ cc} = 1000 \text{ cm}^3$$

5) Masa:

$$1 \text{ Kg} = 10^3 \text{ g} = 2.205 \text{ libras}$$

6) Fuerza:

$$1 \text{ Kp (Kilopondio)} = 1 \text{ Kgf (Kilogramo-fuerza)} = 10 \text{ N (Newton)}$$

$$1 \text{ N} = 10^5 \text{ dinas}$$

$$1 \text{ Lbf} = 4.45 \text{ N}$$

$$1 \text{ N} = 10^5 \text{ dinas}$$

7) Esfuerzo (Esfuerzo = Fuerza / Área):

$$1 \text{ Pascal (Pa)} = 1 \text{ N} / \text{m}^2$$

$$1 \text{ mmHg} = 133.33 \text{ Pa} = 133.33 \text{ N} / \text{m}^2$$

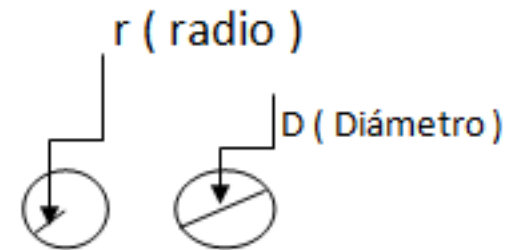
$$1 \text{ Libra/plg}^2 \text{ (Psi)} = 0.0689 \text{ Kg} / \text{cm}^2 = 0.07 \text{ Kg} / \text{cm}^2$$

$$1 \text{ Atmósfera (atm)} = 760 \text{ mmHg}$$

8) Fórmulas:

8.1) Area:

$$*\text{Círculo: } A_c = \pi r^2 = (\pi D^2) / 4:$$



$$*\text{Triángulo: } A = b * a / 2:$$



$$*\text{Rectángulo: } A = b * a:$$



$$*\text{Trapezio: } A = h * (B + b) / 2:$$



Ejemplos:

1. La velocidad de la luz de $1.86282 * 10^5$ mill/seg.
¿Cuál es su velocidad en Km/seg?

Explicación: aquí hay que aplicar los factores de conversión para expresar la velocidad de la luz en la unidad de Km/segundo.

$$\begin{aligned} C &= 1.86282 * 10^5 \text{ mill/seg} * 1.609 \text{ Km/mill} \\ &= 3.00 * 10^5 \text{ Km/seg.} \end{aligned}$$

2. Utilizando el factor de conversión,
transformar de ft/seg a millas/hora:

$$1 \text{ ft/seg} = 1 \text{ ft/seg} * (1 \text{ m}/3.28 \text{ ft}) * (1 \text{ mill}/1609 \text{ m}) * (60 \text{ seg}/1 \text{ hr})$$

La respuesta es: $11.36 \cdot 10^{-3} \text{ mill/hr}$

Esto quiere decir que 1ft/seg equivale a $11.36 \cdot 10^{-3} \text{ mill/hr}$



Ingresa a la plataforma para resolver los

Ejercicios del capítulo IV

Factores de conversión

Si tienes alguna dificultad, no dudes en ponerte en contacto con UOMAC en:

secretario@uomac.net



Comprobación del capítulo IV: Factores de conversión

Si eres estudiante inscrito, ingresa en la
plataforma para resolver la

Comprobación del capítulo IV

Si tienes alguna dificultad, no dudes en
ponerte en contacto con UOMAC en:

secretario@uomac.net



CAPÍTULO V

Álgebra

Este capítulo empieza un recorrido por las funciones, su concepto, gráfica en el plano cartesiano y su relación con las ecuaciones.

En el plano cartesiano se identifican dos ejes: el eje horizontal o abscisa y el eje vertical u ordenada. Estos dos ejes se consideran de suma importancia para graficar las funciones.

Se introduce el concepto de recta numérica de ejes perpendiculares, par ordenado, rectas horizontales, verticales, inclinadas, cuadrantes, que contienen un infinito número de puntos, que forman el plano cartesiano. Este conjunto de puntos, se ubican en eje horizontal llamado “eje de las abscisas” y reciben el nombre de dominio de la función.

La identificación del conjunto de puntos que pertenecen al eje vertical, llamado “ejes de las ordenadas”, reciben el nombre de rango de la función. Al rango se le puede llamar contradominio, recorrido o codominio.

Se proporciona una explicación de la diferencia entre el dominio y el rango. Se menciona que el dominio forma la variable independiente y el rango, la variable dependiente.

Luego se incursiona en el campo de las ecuaciones donde se desarrollan el concepto de ecuación, tipos de ecuaciones -lineal, cuadrática-, el concepto de incógnita, ecuaciones fraccionarias y despeje de variables.

Procedemos a entrar en el campo de los logaritmos, su concepto, propiedades, su relación con la potenciación y se finaliza con las ecuaciones logarítmicas.

Funciones

La función es un subconjunto del conjunto de las relaciones. Una forma de entender el concepto de una relación es considerar todos los puntos existentes en un tablero de ajedrez. El conjunto de las relaciones se identifica con el tablero de ajedrez, debido a que a cada elemento o punto del tablero alineado en forma horizontal, le corresponden dos o más puntos alineados verticalmente, respecto a cada punto horizontal. El tema de relaciones no se abordará en este curso.

Una función se analiza como una expresión algebraica. Es importante explicar, qué son y cómo se trabaja con las funciones. Una expresión algebraica, entonces, es una representación simbólica integrada por una combinación de coeficientes numéricos y coeficientes literales o



variables. Por ejemplo, la expresión $x + 2$. Si esta expresión algebraica se iguala a otra variable, digamos “y”, se tiene la función lineal o ecuación lineal siguiente: $y = x + 2$.

Los coeficientes numéricos son todos los números reales. En el ejemplo anterior, el coeficiente numérico de las variables, “x” y “y” es la unidad (1). Las variables, son representadas por letras, en este caso por “x” y “y”.

Los coeficientes numéricos o valores numéricos son diferentes para cada problema y definen, en forma más concreta, la tendencia gráfica de cada función.

Las variables no tienen valores fijos, y sólo tienen valores relativos para cada problema en particular. Representan una sucesión de números que pueden pertenecer a una sola función o a varias funciones, pero con interpretaciones diferentes en su análisis tanto gráfico como analítico. **“Variable significa: valor no permanente o valor temporal”.**



Al leer algunos ejemplos numéricos y enunciados de funciones, se tiene presente que ciertas condiciones algebraicas deben desarrollarse como funciones matemáticas concretas.

Una función depende de dos variables. Estas variables - como se acotó anteriormente - son “x” y “y” (o cualquier letra del alfabeto).



Generalmente se asocia la letra o variable “x”, con la recta numérica horizontal de las abscisas. La letra o variable “y”, con la recta numérica vertical de las ordenadas. La intersección perpendicular de ambas forma el plano cartesiano.

Se considera el siguiente ejemplo como una función lineal diferente al ejemplo anterior: $y = 2x + 3$. En este ejemplo, a la función lineal se le llama función de primer grado, ya que el mayor exponente de ambas variables, “x” y “y”, es uno.

La variable “x”, se considera “variable independiente”. La variable “y”, es la “variable dependiente” y a ambas se les llama también: **coeficiente literal**.



El coeficiente numérico es el que acompaña a cada variable, y siempre se multiplica con su variable respectiva.

Para el ejemplo: $y = 2x + 3$, el coeficiente numérico para “x” es “dos (2)” y el de “y” es “uno (1)”. Al valor numérico “tres (3)”, se le llama término independiente, pues su valor no depende de “x” ni de “y”. Este término independiente, puede ser también una variable, siempre que no dependa del valor de las otras variables.

Una variable independiente es la que tiene valores propios asignados libremente, y sus valores sólo dependen de las características restrictivas de la función en sí y **nunca** de los valores de otra variable. Esto es aceptable siempre que se identifique a la función en dos dimensiones (abscisa y ordenada).

Una variable dependiente es la que no tiene valores propios, no son asignados libremente, y sus valores dependen de las características restrictivas de la variable independiente y **siempre** de los valores de la otra variable.

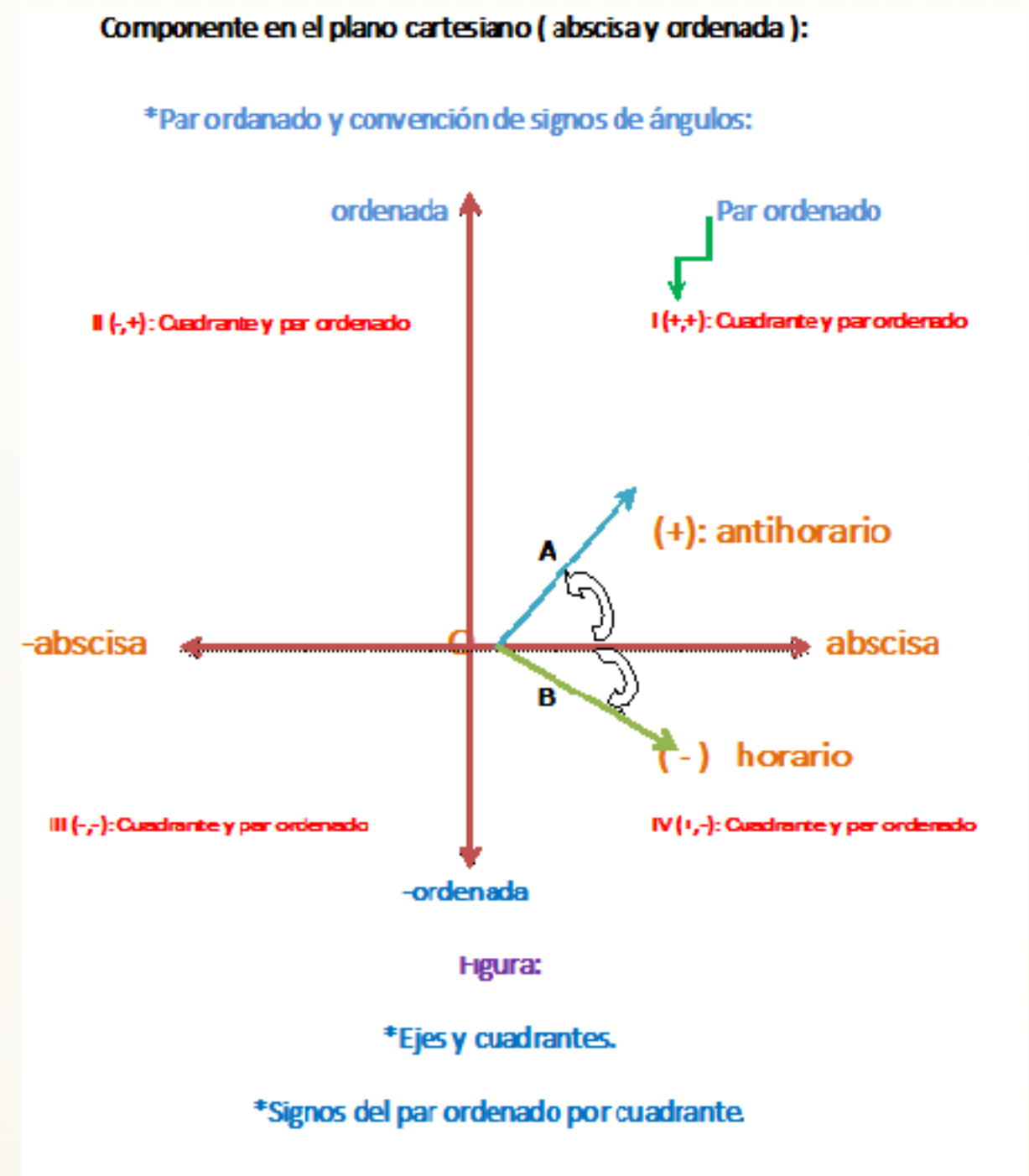
Esto también es aceptable, siempre que se identifique a la función en dos dimensiones (abscisa y ordenada).

Representación gráfica de una función

Existe una relación entre las funciones, como expresión algebraica, con el del sistema cartesiano. Aprenderemos que cada modificación que ocurre en la función, puede ser expresada como un par ordenado de números o variables; y que ese par puede ser marcado como la pareja coordenada de un punto en el plano.

En la siguiente figura se muestran dos rectas perpendiculares u ortogonales (abscisa y ordenada) entre sí, las cuales generan el plano cartesiano de cuatro cuadrantes de 90 grados cada cuadrante.

Cada cuadrante tiene un par ordenado integrado por dos coordenadas: la abscisa y la ordenada. Los ángulos medidos en forma antihoraria (contra las manecillas del reloj) son positivos. Si son medidos en el sentido horario son negativos.



Coordenadas cartesianas

René Descartes ideó este método básico de coordenadas rectangulares para la representación gráfica de una función. Aprenderemos la forma de dibujar los ejes cartesianos, marcar puntos, conocer sus coordenadas y describir las coordenadas conociendo un punto, lo que origina las coordenadas cartesianas.

Importante

Plano cartesiano

Es un sistema de rectas perpendiculares u **ortogonales** que originan los ejes, abscisa y ordenada, formando cuatro cuadrantes de noventa grados (90°) cada uno. Los cuatro cuadrantes suman un total de trescientos sesenta grados (360°).

Importante

Eje de las **ABSCISAS**

Es el eje horizontal, representado por una recta numérica que puede contener enteros, decimales o variables y al mismo tiempo es perpendicular (forma 90°) al eje de las ordenadas en el plano cartesiano. Este

Importante

eje siempre es horizontal, sin importar la letra que se le asigne. Normalmente se la asigna la letra “x”. Sin embargo, puede asignársele otro tipo de letra como: t, r, i,...

Eje de las **ORDENADAS**

Es el eje vertical, representado por una recta numérica que puede contener enteros, decimales o variables y al mismo tiempo es perpendicular (forma 90°) al eje de las abscisas en el plano cartesiano. Este eje siempre es vertical, sin importar la letra que se le asigne. Normalmente se la asigna la letra “y”. Sin embargo, puede asignársele otro tipo de letra como: j, s, l, m, v...

Importante

Ejes de **variables**

Es el eje integrado sólo por variables o letras y también se puede representar en el plano cartesiano. Recordemos que **variable** es aquella letra o símbolo que no posee valor fijo.

Ejemplo: La letra o variable “a” puede asumir diferentes valores como:

Enteros: $-\infty \dots -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 5, \dots \infty$

Decimales: $-\infty \dots -0.5, 0.5, 0.75, 1.5, 2.5, \dots \infty$

Fracciones: $-\infty \dots -1/2, -1/4, 1/4, 1/2, 5/2, \dots \infty$

Eje independiente

Es el eje identificado como independiente de otros valores y forma parte del **dominio** de una función. Corresponde al eje de las abscisas.

Importante

Eje dependiente

Es el eje que depende de otros valores y forma parte del **rango** de una función. Corresponde al eje de las ordenadas.

Importante

Cuadrante

Tiene un valor de noventa grados y representa la cuarta parte del plano cartesiano. El cuadrante posee infinitos pares ordenados dentro de su campo y contiene todas las parejas ordenadas o pares ordenados. El valor de cada una de sus abscisas y ordenadas varía en cada cuadrante.

Importante

Nota del profesor: en este curso, sólo se considera al conjunto infinito de los números reales.

Dados los dos ejes perpendiculares (abscisa y ordenada), se forman cuatro cuadrantes en el sistema o plano cartesiano, siendo cada cuadrante la cuarta parte del plano cartesiano.

Par ordenado

Es una pareja ordenada que representa cada punto en el plano cartesiano. Se le llama ordenado porque el primer término SIEMPRE es la ABSCISA, y el segundo término SIEMPRE es la ORDENADA, sin importar las variables o valor numérico que le sea asignado.

Importante

Coordenadas de un par ordenado

Las coordenadas de un par ordenado, siempre consta de dos elementos: primero la abscisa y luego la ordenada, ambos separados por una coma (,) y agrupados entre paréntesis. Se identifica con la siguiente nomenclatura: (ABSCISA, ORDENADA).

Importante

El par ordenado y sus signos en cada cuadrante

El par ordenado tiene diferentes signos en cada cuadrante, como se mencionó anteriormente. Como se sabe, los ángulos se miden en sentido antihorario (en contra de las manecillas del reloj).

Al medir el ángulo en sentido antihorario, se encuentran el primer cuadrante (I), el segundo cuadrante (II), el tercer cuadrante (III) y el cuarto cuadrante (IV). La distribución de nombres y signos en cada cuadrante se describe de la manera siguiente:

I Cuadrante: (ABSCISA, ORDENADA): (X, Y)

II Cuadrante: (- ABSCISA, ORDENADA): $(-X, Y)$

III Cuadrante: (- ABSCISA, - ORDENADA): $(-X, -Y)$

IV Cuadrante: (ABSCISA, - ORDENADA): $(X, -Y)$



**Ingresa a la
plataforma para
resolver los**

Ejercicios del capítulo V

5.1 Coordenadas cartesianas

**Si tienes alguna dificultad,
no dudes en ponerte en
contacto con UOMAC en:**

secretario@uomac.net

Gráfica de funciones

Dominio y Rango

Función

Recordando el concepto decimos que una función es la expresión algebraica en la que a cada elemento de la abscisa (dominio), le corresponde uno y sólo un único elemento de la ordenada (rango). Esto nos genera el par ordenado (abscisa, ordenada).

Importante

Se dice que a cada elemento del **dominio**, le corresponde uno y sólo un elemento del **rango**. A esto se le llama una correspondencia uno a uno o biunívoca.

Importante

Se representa por la siguiente nomenclatura: y, $f(x)$; $g(x)$; $h(x)$; se lee: $f(x)$: el valor de “ $f(x)$ ” en función de la variable “ x ”

Tipo de funciones

Lineal

Es la función que tiene **uno (1)** como exponente mayor.

Ejemplos:

$$f(x) = x + 1$$

$$f(x) = x$$

Se dice que $f(x)$ es de grado uno (1).

Cuadrática

Es la función que tiene **dos (2)** como exponente mayor.

$$f(x) = x^2$$

Se dice que $f(x)$ es de grado dos (2).

Cúbica

Es la función que tiene **tres (3)** como exponente mayor.

$$f(x) = 1 - x + x^2 - x^3$$

Se dice que $f(x)$ es de grado tres (3).

Dominio

Es el conjunto de números que pertenecen al eje de las abscisas, depende del tipo de función y su conjunto solución es el eje de las abscisas.



Representación simbólica: Si lo expresamos como conjunto solución, tenemos lo siguiente:

$D = \{x/x \in R\}$. Se lee: “El conjunto solución del dominio, donde “x” es tal que pertenece a R (los números reales)”.

Si lo expresamos como conjunto de intervalo, tenemos lo siguiente: $D = (-\infty, +\infty) =$ (menos infinito, más infinito). Se lee: “El conjunto intervalo abierto del dominio correspondiente desde menos infinito a infinito valores”.

Rango

Es el conjunto de números que pertenecen al eje de las ordenadas, depende del valor del dominio de la función y su conjunto solución es el eje de las ordenadas.



Es también el trazo de una función representada en el plano cartesiano y su representación como función es la siguiente: $y, f(x), h(x), g(x)$: es la ordenada de la función, y la unión de estas ordenadas representa la gráfica o el trazo de la función.

Representación simbólica: Si lo expresamos como conjunto solución, tenemos lo siguiente:

$R = \{y/ y \in R\}$. Se lee: **y** tal que **y**, pertenece a los números reales (R).

Si lo expresamos como conjunto de intervalo, tenemos lo siguiente: $R = (-\infty, +\infty) =$ (menos infinito, más infinito). Se lee: “El conjunto intervalo abierto del rango correspondiente desde menos infinito a infinito”.

El rango puede estar restringido si la función se presenta así: $f(x) = 1/x : x \neq 0$. Por la característica de la función anterior, significa que el rango es el conjunto de valores que depende del valor de “x”, siempre que “x” no sea igual a cero ($x \neq 0$).

Función lineal

Recordando el concepto mencionado anteriormente en “tipos de funciones, se dijo que es la recta en la cual el exponente mayor es uno (grado uno).

Sea la función: $f(x) = x$

Interpretación: Es la recta que pasa por el origen y que tiene pendiente positiva a 45º (grados) con respecto a la horizontal (eje de las abscisas).

Dominio: Todos los números reales: $D = \{x / x \in R\}$

Rango: Todos los números reales: $R = \{y / y \in R\}$

Tabla y gráfica de una función lineal

X	Y= F(x)=x	(X,Y)
-2	-2	(-2,-2)
-1	-1	(-1,-1)
0	0	(0,0)
1	1	(1,1)
2	2	(2,2)

Función cuadrática

Función en la cual el exponente mayor es dos (grado dos) y se representa gráficamente como una parábola.

Ejemplo: $f(x) = x^2$: Parábola con vértice en el origen.

Dominio: Todos los números reales: $D = \{x / x \in R\}$

Rango: Todos los números reales positivos:
 $R = \{y / y \geq 0\}$

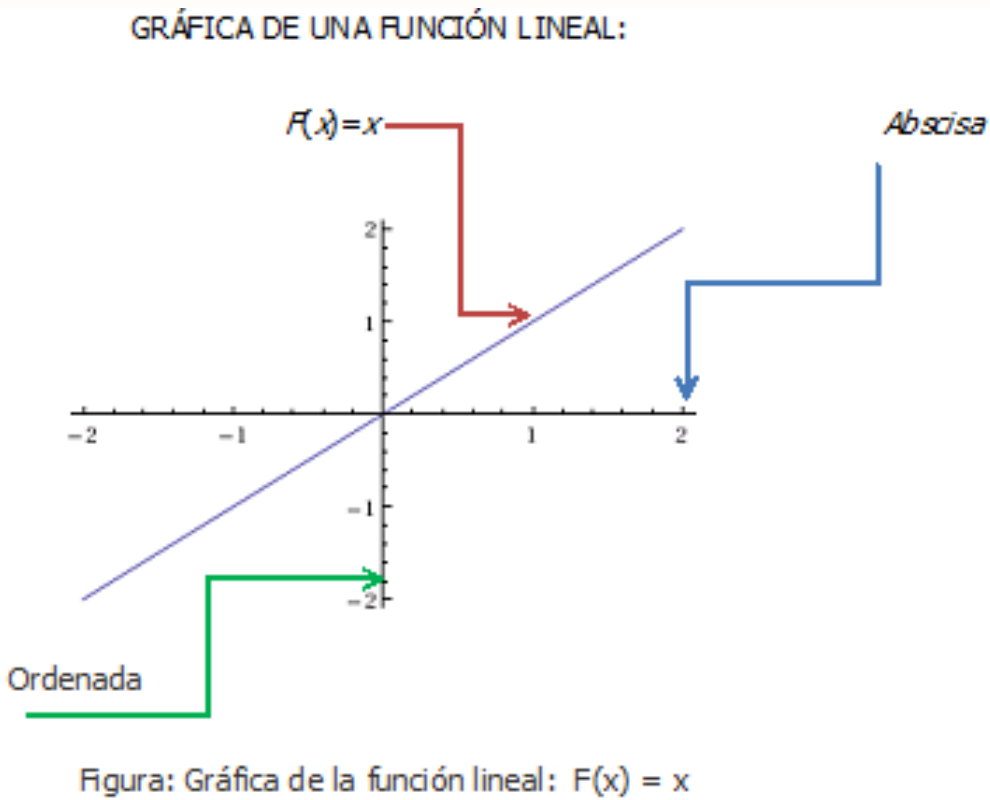
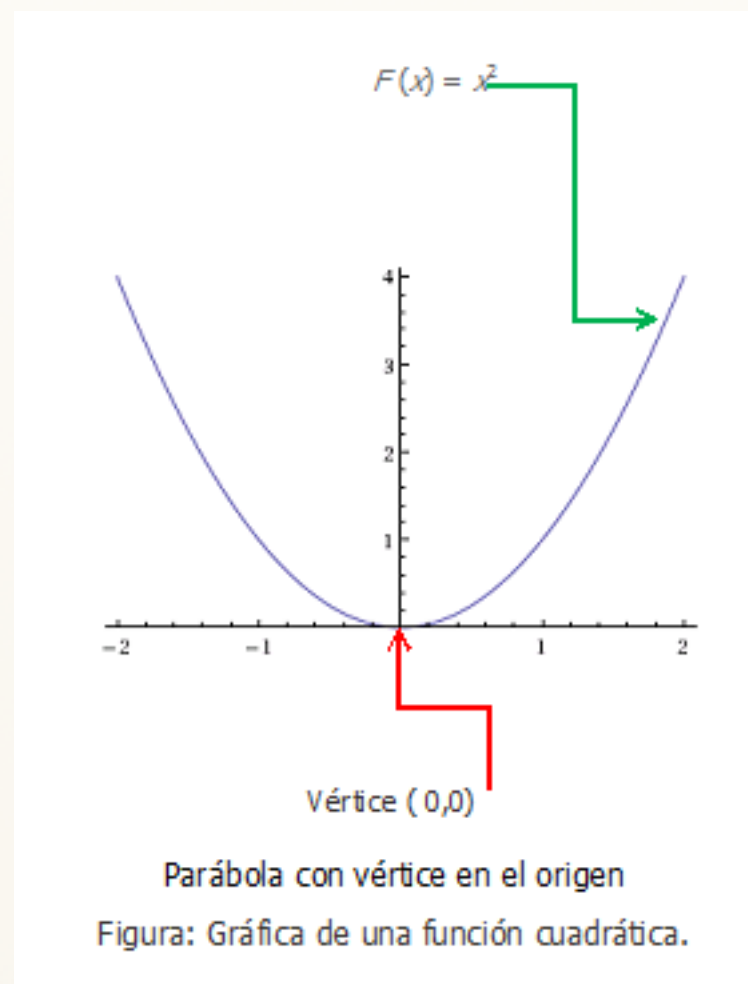


Tabla y gráfica de una función cuadrática

X	Y= F(x)=x ²	(X,Y)
-2	4	(-2, 4)
-1	1	(-1, 1)
0	0	(0,0)
1	1	(1,1)
2	4	(2, 4)



Ejemplos

1) ¿Cuál es el dominio de la siguiente función?

$$f(x) = \sqrt{x}$$

La respuesta correcta es: R mayores que e igual a 0

Nota:

Para realizar la tabla se define:

Dominio: Todos los números reales positivos: $D = \{x / x \geq 0\}$

Rango: Todos los números positivos: $R = \{y / y \geq 0\}$

Se debe leer de la siguiente forma:

D es el valor de "x" tal que "x" es mayor o igual a cero

R es el valor de "y" tal que "y" es mayor o igual a cero

Tabla de la función radical

x	y	(x , y)
0	0	(0 , 0)
4	2	(4 , 2)
9	3	(9 , 3)
16	4	(16 , 4)
36	6	(36 , 6)

Razón: x no puede ser negativa. Si el valor es negativo, la raíz cuadrada se vuelve imaginaria.

2) Dada la función $Y = f(x) = \sqrt{x^2}$ ¿Cuál es su dominio y el rango?

Hay que llenar las columnas “y” junto a las ordenadas del par ordenado (x, y) en la tabla proporcionada (ya están llenas para este ejemplo).

La respuesta correcta es: R

Tabla

Dominio: Todos los números reales: $D = \{x / x \in \mathbb{R}\}$

Rango: Todos los números positivos: $R = \{y / y \geq 0\}$

x	y	(x , y)
-2	2	(-2 , 2)
-1	1	(-1 , 1)
0	0	(0 , 0)
1	1	(1 , 1)
2	2	(2 , 2)

Razón: x puede ser cualquier número.



**Ingresa a la
plataforma para
resolver los**

Ejercicios del capítulo V

5.2

**Si tienes alguna dificultad,
no dudes en ponerte en
contacto con UOMAC en:**

secretario@uomac.net

Ecuaciones

Las ecuaciones algebraicas pueden ser aplicadas a muchos conceptos de nuestra vida cotidiana. Analizaremos la propiedad de la igualdad, la cual nos permitirá comprender cómo despejar una incógnita y encontrar el valor que nos permita resolver la ecuación.

Ecuación lineal: Elementos y solución

La ecuación lineal es una expresión algebraica que consiste en la igualación de dos cantidades que contienen coeficientes numéricos y variables o incógnitas.

Importante

Incógnita

Es el nombre que recibe la variable en una función o ecuación, que representa la ausencia de valor definido.

Importante

Coeficiente numérico

Es el término numérico que acompaña a la variable en una función o ecuación. Puede ser cualquier número real.

Importante**Despeje de variable**

Es la variable principal, que se busca en una ecuación, para obtener su valor en función de otras variables. Este valor puede ser numérico o literal.

Importante**Ecuación fraccionaria**

Una ecuación fraccionaria es una ecuación que tiene denominadores distintos de la unidad.

Importante

**Ingresa a la
plataforma para
resolver los**

Ejercicios del capítulo V

5.3

**Si tienes alguna dificultad,
no dudes en ponerte en
contacto con UOMAC en:**

secretario@uomac.net

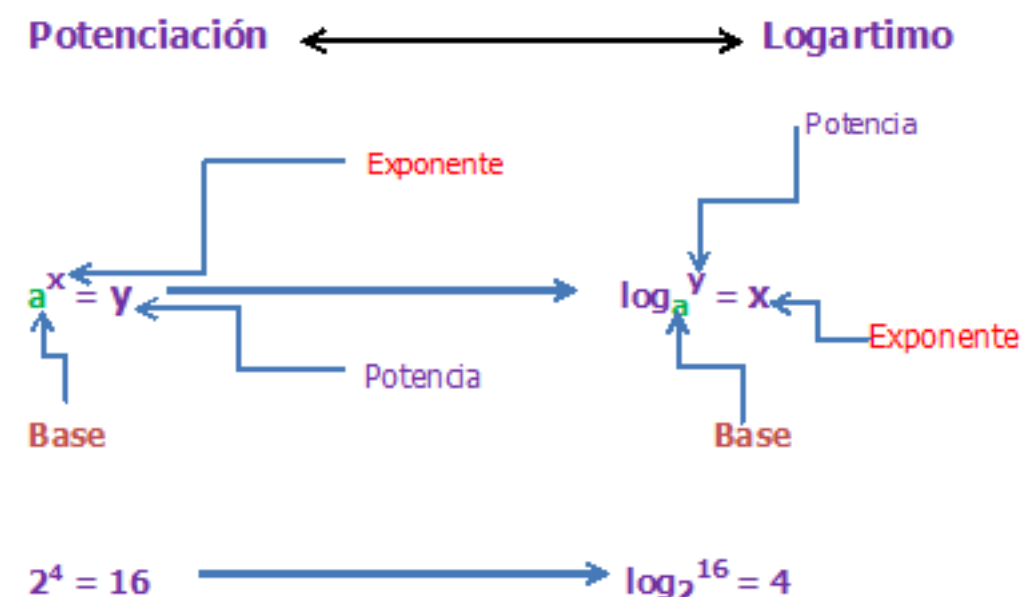
Logaritmo

Es el cálculo del **exponente** al que se debe “elevar” la base para obtener un resultado llamado potencia.

Importante

Daremos introducción a los logaritmos, como forma de resolución de las ecuaciones exponenciales. Veremos el carácter inverso que tienen los logaritmos y las ecuaciones exponenciales, a través de la definición y de algunas de sus propiedades.

En la figura siguiente se establece una comparación entre la potenciación y el logaritmo. Se nota que los nombres como base, exponente y potencia de la potencia, se transforman en la base, potencia y exponente, en el logaritmo. El logaritmo difiere con la potenciación por su etiqueta “log”.



Análisis comparativo

Propiedades

Logaritmo de un producto

El logaritmo de un producto es igual a la suma de los logaritmos de sus factores. Si se considera “X” y “Y” como dos factores, tenemos la siguiente expresión matemática:

$$\text{Log } (XY) = \text{Log } X + \text{Log } Y$$

Importante

Ejemplo:

$$\text{Log } (4 \cdot 3) = \text{Log } 4 + \text{Log } 3$$

Logaritmo de un cociente

El logaritmo de un cociente es igual a la resta del logaritmo del numerador menos el logaritmo de su denominador.

Si se considera “X” como el numerador e “Y” como el denominador; tenemos la siguiente expresión matemática:

$$\text{Log } (X/Y) = \text{Log } x - \text{Log } Y$$

Ejemplo:

$$\text{Log } (9/5) = \text{Log } 9 - \text{Log } 5$$

Logaritmo de una potencia

El logaritmo de una potencia es igual a la multiplicación del exponente por el logaritmo de su base. Si se considera “Y” como el exponente de la potencia, con “X” como la base, tenemos la siguiente expresión matemática:

$$\text{Log } X^Y = Y \text{ Log } X$$

Importante

Importante

Ecuación logarítmica

Para resolver una ecuación logarítmica se proporciona el objetivo y los siguientes pasos:

Objetivo: Calcular el valor de X.

Paso uno: Se aplica la etiqueta “log” a ambos términos de la ecuación.

Paso dos: Se despeja la variable (incógnita) de la ecuación.

Paso tres: Se evalúa el logaritmo (log) para obtener la respuesta.

Ejemplo:

a. Hallar el valor de x en la siguiente ecuación:

$$3^x = 9$$

$$\text{Log } (3^x) = \text{Log } 9$$

Paso uno

$$X (\text{Log } 3) = \text{Log } 9$$

$$X = \text{Log } 9 / \text{Log } 3$$

Paso dos

$$X = 2$$

Paso tres

¿Cómo se realiza la comprobación? Sustituye la x por 2

$$3^x = 9$$

$$3^2 = 9$$

b. Calcular el valor de x en: $2^x = 8$

$$\text{Log}(2^x) = \text{Log}(8)$$

$$x * \log 2 = \text{Log}(8)$$

$$x = \text{Log}(8) / \log 2$$

$$x = 3$$



**Ingresa a la
plataforma para
resolver los**

Ejercicios del capítulo V

5.4

**Si tienes alguna dificultad,
no dudes en ponerte en
contacto con UOMAC en:**

secretario@uomac.net



Comprobación del capítulo V: Álgebra

Si eres estudiante inscrito, ingresa en la
plataforma para resolver la

Comprobación del capítulo V

Si tienes alguna dificultad, no dudes en
ponerte en contacto con UOMAC en:

secretario@uomac.net



CAPÍTULO VI

Aplicaciones: Laboratorios

En este capítulo realizarás varios laboratorios de aplicación de los capítulos anteriores. Es importante que visualices algunos temas aplicados al medio ambiente como el tema “balance de materia y energía”.

Comienza este capítulo con un ejemplo de desarrollo a seguir, del tema “Balance de materia y energía”. Luego, con el objeto de realizar una autoevaluación se finaliza con una respuesta directa.

Es importante hacer notar que hay un vínculo electrónico como herramienta de apoyo adjunto a cada laboratorio y puedes utilizar la webliografía.

Debes abrir el vínculo electrónico de cada laboratorio, buscar la respuesta correspondiente y seleccionar el inciso correcto para cada laboratorio.

Ejemplo:

Balance de materia y energía

<http://es.scribd.com/doc/32647347/>

BALANCE-DE-MATERIA-Y-ENERGIA

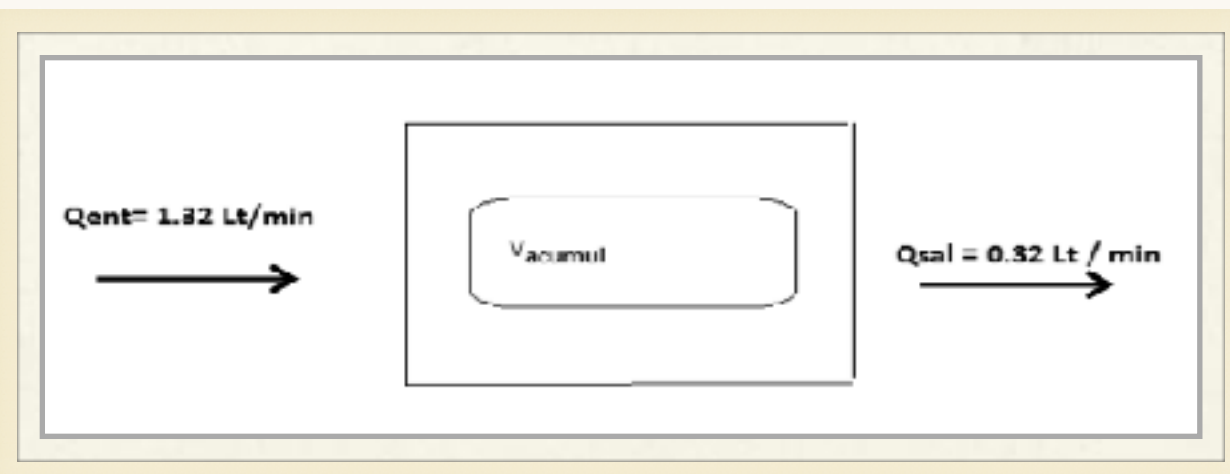
Planteamiento del problema

Blanca Nieves llena su tina de baño, pero olvidó poner el tapón. Si el volumen de la tina es de 0.350 m^3 y de la llave salen $1.32 \text{ litros / minuto}$ (caudal de agua), y por el fondo salen $0.32 \text{ litros / min}$:

- ¿Cuánto tardará en llenarse la tina, suponiendo que Blanca cierra el agua cuando la tina esté llena?
- ¿Cuánta agua habrá desperdiciado? Supón que la densidad del agua es de 1000 kg / m^3 .

Solución

A continuación se muestra el diagrama del balance de masa:



Volumen de control para la tina de baño

Debido a que se está trabajando en unidades de masa, se deben convertir los caudales o tasa de flujo de entrada (Q_{ent}) y de salida (Q_{sal}), en unidades de masa.

Para hacerlo se aplica la densidad del agua de 1000 kg / m^3 .

a) Cálculo del tiempo en horas. $t=?$ [hrs]

Se aplica la siguiente fórmula:

$$\text{Masa (M)} = (\text{volumen}) (\text{densidad}) = V \cdot \rho$$

Donde el volumen se expresa de la siguiente manera:

$$\text{Volumen} = (\text{tasa de flujo}) (\text{tiempo}) = Q \cdot t$$

Entonces, para la ecuación de balance de masa se toma el siguiente factor de equivalencia:

$$\begin{aligned} \text{Factor de equivalencia: } & 1.0 \text{ m}^3 / 1000 \text{ Lt.} \\ & 1000 \text{ Lt} / 1.0 \text{ m}^3 \end{aligned}$$

Se calcula el volumen de la tina, de la manera siguiente:

V_{tina} = volumen de la tina en metros cúbicos (dato del problema) * Factor de equivalencia

$$V_{tina} = 0.350 \text{ m}^3 * 1000 \text{ Lt} / 1 \text{ m}^3 = 350 \text{ Lt.}$$

Se calcula la masa de acumulación, que consiste en la diferencia entre la masa de entrada y la masa de salida

$$\begin{aligned} \text{Acumulación} &= M_{\text{entrada}} - M_{\text{salida}} \\ [V_{\text{acum}} * \rho] &= (Q_{\text{ent}})(\rho)(t) - (Q_{\text{sal}})(\rho)(t) \end{aligned}$$

Si se multiplica toda la ecuación por la fracción $(1/\rho)$, se elimina la letra ρ .

La fórmula para el volumen acumulado, queda así:

$$\begin{aligned} V_{\text{acum}} &= (Q_{\text{ent}})(t) - (Q_{\text{sal}})(t) \\ V_{\text{acum}} [\text{Lt}] &= (1.32 \text{ Lt/min})(t) - (0.32 \text{ Lt/min})(t) \end{aligned}$$

Se realiza el factor común, por ser “ t ” término semejante. Se restan $1.32 \text{ Lt/min} - 0.32 \text{ Lt/min}$, quedando sólo la variable “ t ”, así:

$$V_{\text{acum}} [\text{Lt}] = (1.0 \text{ Lt/min})(t)$$

Igualando el V_{tina} con el volumen acumulado, tenemos:

$$\begin{aligned} V_{tina} &= V_{\text{acum}} [\text{Lt}] \\ 350 \text{ Lt} &= (1.0 \text{ Lt/min})(t) \end{aligned}$$

Despejando “ t ”:

$$\begin{aligned} t &= 350 \text{ Lt} / (1.0 \text{ Lt/min}) = 350 \text{ min} * 1\text{h} / 60 \text{ min} \\ &= 5.83 \text{ horas.} \end{aligned}$$

Respuesta: $t = 5.83$ horas.

Siguiendo con el inciso (b), para calcular el agua desperdiciada, tenemos:

b) Agua desperdiciada =?

Se procede a calcular el volumen de desperdicio, de la siguiente manera:

$V_{\text{desp}} = \text{Tasa de flujo de salida} * \text{tiempo calculado}$

$V_{\text{desp}} = Q_{\text{sal}} * t = 0.32 \text{ lt/min} * 350 \text{ min}$

$= 112 \text{ lts} * 1 \text{ gal} / 3.78 \text{ lts} * 1 \text{ m}^3 / 264 \text{ gal}$

Entonces el volumen de desperdicio es:

$V_{\text{desp}} = (112 / (3.78 * 264)) \text{ m}^3 = 0.11 \text{ m}^3$

Respuesta: **$V_{\text{desp}} = 0.11 \text{ m}^3$**

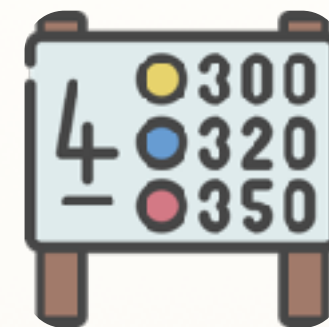
Laboratorios

Agenda de prácticas

La presente es una práctica autodirigida, donde se aplicarán algunos de los temas desarrollados en el curso. Esto hará que desarrolles una disciplina de estudio.

Instrucciones:

- **Paso uno:** Ingresa al enlace electrónico que se te proporciona.
- **Paso dos:** Mira el video.
- **Paso tres:** Responde seleccionando el inciso correcto, en los problemas propuestos de cada laboratorio.



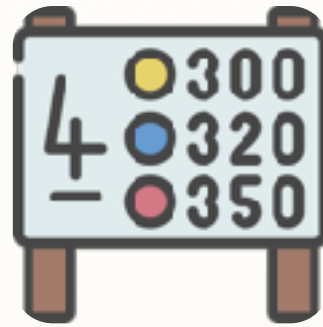
Ingresa a la plataforma para resolver el

Laboratorio I

Los números reales

Si tienes alguna dificultad, no dudes en ponerte en contacto con UOMAC en:

secretario@uomac.net



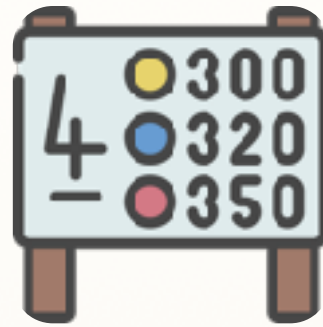
Ingresa a la plataforma para resolver el

Laboratorio II

Problemas de regla de tres compuesta

Si tienes alguna dificultad, no dudes en ponerte en contacto con UOMAC en:

secretario@uomac.net



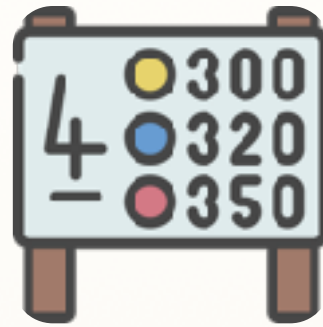
Ingresa a la plataforma para resolver el

Laboratorio III

Conversión de unidades con factores de conversión

Si tienes alguna dificultad, no dudes en ponerte en contacto con UOMAC en:

secretario@uomac.net



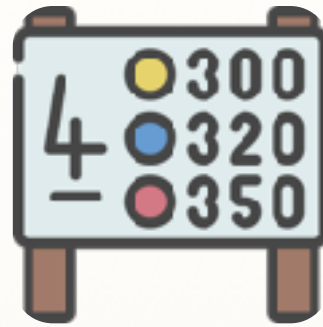
Ingresa a la plataforma para resolver el

Laboratorio IV

Notación científica. Operaciones básicas

Si tienes alguna dificultad, no dudes en ponerte en contacto con UOMAC en:

secretario@uomac.net



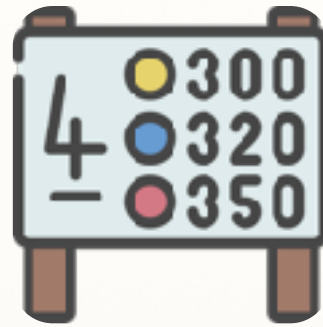
Ingresa a la plataforma para resolver el

Laboratorio V

Funciones

Si tienes alguna dificultad, no dudes en ponerte en contacto con UOMAC en:

secretario@uomac.net



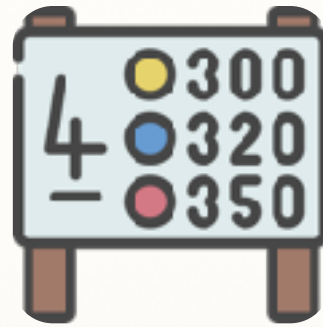
Ingresa a la plataforma para resolver el

Laboratorio VI

Función exponencial. Función inyectiva

Si tienes alguna dificultad, no dudes en ponerte en contacto con UOMAC en:

secretario@uomac.net



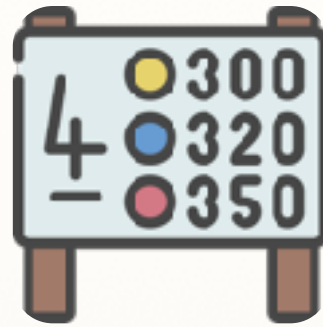
Ingresa a la plataforma para resolver el

Laboratorio VII

Sistemas de ecuaciones: Aplicaciones

Si tienes alguna dificultad, no dudes en ponerte en contacto con UOMAC en:

secretario@uomac.net



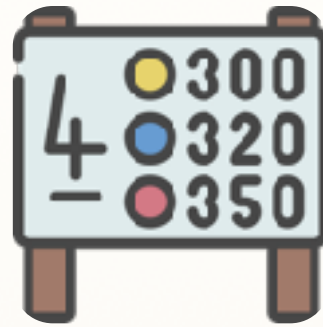
Ingresa a la plataforma para resolver el

Laboratorio VIII

Ecuaciones lineales de dos variables

Si tienes alguna dificultad, no dudes en ponerte en contacto con UOMAC en:

secretario@uomac.net



Ingresa a la plataforma para resolver el

Laboratorio IX

Ecuaciones exponenciales

Si tienes alguna dificultad, no dudes en ponerte en contacto con UOMAC en:

secretario@uomac.net

¡Buen Trabajo!

Has completado el estudio de tu curso



Si eres alumno registrado ingresa a
la plataforma para resolver la

Evaluación Corta de Aprendizaje (ECA)

Si tienes alguna dificultad, no dudes en
ponerte en contacto con UOMAC en:

informacion@uomac.net



Bibliografía Sugerida



1. **CECILIA, L.M., JURADO, P., FLORES, P.** (1997). Matemáticas y medio ambiente. Actas VIII JAEM, pp. 339-341. Sociedad Castellano-Leonesa de Profesorado de Matemáticas. Salamanca.
2. **CECILIA, L.M., FLORES, P. (1997).** Los profesores de matemáticas y la Educación Ambiental. En Berenguer, M^{al}., Cobo, B. y Fernández, F. (Eds.), Investigación en el aula de matemáticas. La tarea docente, pp. 239-245. Universidad de Granada, Departamento de Didáctica de las Matemáticas y Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales. Granada.
3. **COCKCROFT, W. H. (1985).** Las matemáticas sí cuentan. Madrid. MEC. DECRETO 106/1992, de 9 de junio, por el que se establecen las enseñanzas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria en Andalucía, en BOJA núm. 56, 20 junio 1992.
4. **GIMÉNEZ, J., FORTUNY, J.M., ALSINA, C.** (1995). Educación matemática y entorno medioambiental. UNO, nº 6, pp. 113-126.
5. **GUTIÉRREZ PÉREZ, J. (1989).** Hacer matemáticas en El Molino de Lecrín. SUMA, nº 3, pp. 75-79.

6. **JUNTA DE ANDALUCÍA (1995a)**, Materiales Curriculares para la Educación Secundaria Obligatoria: Área de Matemáticas. Sevilla. Junta de Andalucía; Consejería de Educación y Ciencia. Dirección General de Promoción y Evaluación Educativa.
7. **JUNTA DE ANDALUCÍA (1995b)**, Materiales Curriculares para la Educación Secundaria Obligatoria: Temas Transversales. Sevilla. Junta de Andalucía; Consejería de Educación y Ciencia, Dirección General de Promoción y Evaluación Educativa.
8. **KREITH, K. (1995)**, Construyendo una base matemática para estudios curriculares medioambientales. UNO, nº6, pp. 37-44.
9. **LÓPEZ MARTÍNEZ, A. (1997)**. ¡Un agua muy interdisciplinar! En Berenguer, M^{al}, Cobo, B. y Fernández, F. (Eds.), Investigación en el aula de matemáticas. La tarea docente, pp. 155-162. Universidad de Granada, Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales. Granada.
10. **MEC (1992), Transversales: Educación Ambiental**. Madrid. MEC.
11. **ORDEN de 28 de octubre de 1993**, por la que se establecen criterios y orientaciones para la elaboración de Proyectos Curriculares de Centro, la secuenciación de contenidos, así como la distribución horaria y de materias optativas en la Educación Secundaria Obligatoria, en BOJA núm. 133, 7 diciembre 1993.

12. **REEUWIJK, M. van (1997).** Las matemáticas en la vida cotidiana y la vida cotidiana en las matemáticas. UNO, nº 12, pp. 9-16.
13. **TORTOSA, A. y CASTRO, E. (1997),** Invención de problemas a través de situaciones ambientales. En Gutiérrez, J., Perales, J., Benayas, J., Calvo, S. (Eds), Líneas de investigación en Educación Ambiental, pp. 70-75. Proyecto Sur. Granada.

Webliografía



1. Problemas para realizar en casa: [http: // www.lavirtu.com/eniusimg/enius4/2002/01/adjuntos_fichero_3543.pdf](http://www.lavirtu.com/eniusimg/enius4/2002/01/adjuntos_fichero_3543.pdf)
2. Álgebra, funciones y ecuaciones: [http: //www.educatina.com/algebra/ecuaciones-1](http://www.educatina.com/algebra/ecuaciones-1)
3. Introducción a problemas ambientales:
[http: // www. rieoei.org/experiencias144.htm](http://www.rieoei.org/experiencias144.htm)